

POPULARNONAUKOWE STRESZCZENIE PROJEKTU

W naszym projekcie zamierzamy badać kohomologie afinicznych grup algebraicznych w dodatniej charakterystyce oraz porównywać je z kohomologiami dyskretnymi grup punktów wymiernych (tzw. grup Chevalley'a). Jest to klasyczna problematyka w przypadku grup reduktywnych, my natomiast chcemy się skoncentrować na słabo dotąd zrozumianym przypadku niereduktywnym. Naszym celem jest znalezienie odpowiedników w sytuacji ogólnej dla twierdzeń znanych dla grup reduktywnych, takich jak klasyczne twierdzenie Cline'a–van der Kallena–Parshalla–Scotta (w skrócie CKPS) o porównaniu kohomologii wymiernych i dyskretnych oraz twierdzenie van der Kallena–Touzé o skończonej generowalności pierścienia kohomologii wymiernych.

Powyższe twierdzenia, jak łatwo zobaczyć, są w swych oryginalnych sformułowaniach fałszywe bez założenia reduktywności. Samo adekwatne w sytuacji ogólnej ich przeformułowanie wymaga użycia bardziej ogólnego aparatu pojęciowego. Dlatego w naszym projekcie zamierzamy rozwinąć teorię kohomologii grup z endomorfizmem (tzw. grup różnicowych) oraz badać związki między reprezentacjami algebraicznymi i dyskretnymi między innymi za pomocą pojęcia uzupełnienia kategorii pochodnej. Te ogólne idee planujemy wykorzystać do dowodu niereduktywnego odpowiednika CKPS (Hipoteza 1) wyrażającego kohomologie dyskretne poprzez uzupełnienie kohomologii wymiernych oraz odpowiednika tw. o skończonej generowalności (Hipoteza 3) w świecie pierścieni z endomorfizmem.

Sądzymy, że nasz projekt istotnie podniesie poziom zrozumienia związków między kohomologiami afinicznych grup algebraicznych i grup dyskretnych. Mamy również nadzieję na to, iż wprowadzone przez nas abstrakcyjne narzędzia okażą się przydatne w badaniu wielu innych problemów z pogranicza algebry homologicznej i teorii reprezentacji.