

Przedmiotem rozważań tego projektu badawczego są procesy ryzyka typu Lévy'ego. Opisują one zachowania, które z natury są losowe lub których wielka deterministyczna złożoność powoduje, że takie właśnie modelowanie jest najbardziej odpowiednie. Jak wiadomo procesy te modelują na przykład przebieg notowań akcji giełdowych a także mogą być wykorzystywane do przedstawiania zmian bogactwa firm ubezpieczeniowych.

Cechą wspólną planowanych badań jest rozważanie tak zwanego paryskiego opóźnienia, które oznacza zadany z góry, deterministyczny czas  $d > 0$ . Przez ten czas badany proces Lévy'ego musi znajdować się w określonym położeniu: na przykład powyżej/poniżej pewnego poziomu (tak zwanej bariery). Dzięki zastosowaniu paryskiego opóźnienia, pewne zagadnienia (na przykład wypłaty dywidend dla beneficjentów) stają się dużo bardziej złożone matematycznie, a jednocześnie lepiej odzwierciedlają rzeczywistość. Nazwa „paryskie opóźnienie” pochodzi od paryskiej opcji, która jest aktywowana, jeśli cena akcji pozostaje powyżej lub poniżej wcześniej określonej ceny dłużej niż ustalony horyzont czasowy. W projekcie będziemy przede wszystkim rozważać standardowy proces Lévy'ego a także odbijany od różnych barier proces Lévy'ego. Tak, więc głównym celem tego projektu jest stworzenie ogólnej teorii ryzyka dla procesów Lévy'ego, rozszczepionych procesów Lévy'ego oraz odbitych procesów Lévy'ego, gdzie motywem przewodnim będzie rozważanie paryskiego opóźnienia.

Ponadto otrzymane w projekcie wyniki pomogą w dokładniejszym badaniu wpływu paryskiego opóźnienia na aktuarialne charakterystyki związane z różnymi funkcjonalami, rodzajami ruiny i funkcjami Gerbera-Shiu.

Klasyczna ruina to pierwszy moment, kiedy proces nadwyżki finansowej, modelowany przez proces ryzyka typu Lévy'ego stanie się ujemny. Dodatkowo można wzbogacić analizę o rozważania dotyczące tzw. zdyskontowanej funkcji Gerbera-Shiu, która zwiera nie tylko chwilę bankructwa lecz również nadwyżkę bezpośrednio przed momentem ruiny i deficyt w momencie ruiny. Jak wiadomo funkcja Gerbera-Shiu jest potężnym narzędziem analitycznym, które ma szerokie zastosowania w ubezpieczeniach i finansach.

W projekcie będziemy rozważać paryskie opóźnienie, które jest uogólnieniem klasycznego podejścia i może być rozważane na przykład przy wypłatach dywidend czy podczas ruiny. W przypadku ruiny oznacza to, że będziemy mówić o bankructwie firmy jeśli proces nadwyżki finansowej tej firmy pozostaje ujemny przez czas dłuższy niż ustalone  $d > 0$ . Szacowanie ryzyka dla firmy poprzez rozpatrywanie paryskiej ruiny wydaje się bardziej odpowiadające rzeczywistości, ponieważ dajemy pewien czas, aby firma za pomocą ewentualnych kredytów mogła jeszcze odbudować rezerwy i znów funkcjonować na rynku. Jak się okazuje taka polityka jest prowadzona w wielu krajach, między innymi w Stanach Zjednoczonych, Francji i Japonii.

Całość badań zawartych w projekcie można podzielić na następujące nurty:

1. Całkowite funkcjonały związane z paryskim opóźnieniem.
2. Paryskie czasy przebywania spektralnie ujemnych procesów Lévy'ego w pewnych obszarach.
3. Paryskie problemy wyjścia dla  $\gamma$ -odbitego procesu Lévy'ego.
4. Rozszczepiony proces Lévy'ego rozważany z paryskim opóźnieniem.

Analiza wyżej wymienionych zagadnień, które będą przedmiotem badań tego projektu, stanowi aktywnie rozwijany nurt badań współczesnej probabilistyki. Tematyka ta motywowana jest zarówno bogatym spektrum otwartych teoretycznych problemów, jak również licznymi zastosowaniami w dziedzinach takich jak teoria ryzyka, teoria kolejek i matematyka finansowa. Wśród ważniejszych aktualnie badanych zagadnień znajdują się analiza wypłat dywidend z różnymi dodatkowymi warunkami (jak na przykład „podatki”), znalezienie prawdopodobieństwa ruiny z paryskim opóźnieniem czy z tzw. „dolną barierą” oraz jego asymptotyki w modelach jednowymiarowym i wielowymiarowym. Wszystkie te zagadnienia będą rozważane w projekcie, dzięki czemu uzyskane rezultaty będą miały istotny wkład do ogólnej teorii ryzyka dla procesów Lévy'ego.