

STRUKTURA, STABILNOŚĆ ORAZ ANALIZA CZUŁOŚCI STOCHASTYCZNYCH SYSTEMÓW Z SZUMEM LÉVY'EGO: PODEJŚCIE UOGÓLNIIONEGO PAROWANIA STRESZCZENIE POPULARNONAUKOWE

Wstęp: Wiele zjawisk fizycznych, biologicznych oraz społecznych jest modelowanych matematycznie przy wykorzystaniu ewolucji markowskich, tzn. takich, w których stan układu w przyszłości zależy wyłącznie od stanu teraźniejszego i poza tym nie zależy od stanu układu w przeszłości. Tego typu abstrakcyjna, lecz elastyczna struktura matematyczna oferuje proste spojrzenie na złożone zjawiska. Główna informacja o takich układach zawarta jest w ich stanach granicznych lub stacjonarnych. Innym źródłem uproszczenia jest paradygmat stochastycznego uśredniania, gdzie skomplikowany wielowymiarowy model przybliża się prostszym modelem uśrednionym.

W projekcie będziemy pracować nad ewolucjami z impulsami, ze skomplikowaną strukturą lokalną oraz możliwymi efektami pamięci długotrwałej. Tego typu efekty są naturalne w realistycznych modelach fizycznych oraz społecznych. Dostarczają one nowych matematycznych wyzwań, gdyż wymagają uchwycenia kluczowych cech dynamiki, dla której stowarzyszony układ markowski ma wartości w nieskończenie wymiarowej przestrzeni funkcyjnej. Zaproponujemy nowe podejście oparte na uogólnionym parowaniu, aby badać wspomniane układy, co wymaga połączenia metod probabilistycznych i analitycznych oraz oryginalnego podejścia do sterowania stochastycznego.

Cele projektu. Zostaną zbadane równania stochastyczne ze skokowym szumem, w tym równania z opóźnieniem i pełną pamięcią. Dla tak złożonych modeli markowskich standardowe narzędzia rachunku stochastycznego oraz teorii nielokalnych równań różniczkowych cząstkowych mają ograniczoną stosowność. Wypracujemy nowe podejście, oparte na metodzie uogólnionego parowania, które pozwoli w jednolity sposób badać podstawowe własności strukturalne takich modeli, ich zachowanie dla dużych czasów, czułość na zmianę punktu startu procesu oraz innych zewnętrznych parametrów. Takie badania posłużą za solidne fundamenty do badania w przyszłości numerycznych aproksymacji oraz we wnioskowaniu statystycznym.

Znaczenie projektu. Projekt ten będzie miał istotny wkład w teorię procesów stochastycznych, gdyż jego zadania koncentrują się na opisie i własnościach asymptotycznych wielowymiarowych i nieskończenie wymiarowych modeli markowskich z impulsami. Zestaw nowych metod do analizy takich systemów będzie miał istotny wpływ na teorię procesów stochastycznych i otworzy nowe możliwości dla stochastycznego uśredniania wieloskalowych modeli ze skokami. Wyniki projektu dostarczą matematycznych podstaw do analizy ilościowej takich modeli, ich numerycznych aproksymacji oraz wnioskowania statystycznego. Możliwe są dalsze zastosowania w fizyce, biologii oraz naukach społecznych, wszędzie tam gdzie losowe impulsy łączą się z efektami pamięci długotrwałej.