

Celem projektu *Arytmetyczne własności specjalnych ciągów liczbowych, wielomianów i ułamków łańcuchowych* będzie uzyskanie nowych rezultatów dotyczących teorioliczbowych własności pewnych ciągów wielomianów i ich współczynników związanych z partycjami oraz kompozycjami liczb naturalnych o elementach z ustalonego zbioru $A \subset \mathbb{N}$. Interesować nas również będzie zachowanie ostatnich niezerowych cyfr wartości wielomianów o współczynnikach całkowitych oraz innych szczególnych funkcji o wartościach całkowitych. Ponadto badać będziemy występowanie pewnych skończonych słów w rozwinięciach na ułamki łańcuchowe pierwiastków wyższych stopni z liczb pierwszych. Dokładniej, projekt w naturalny sposób dzieli się na cztery części.

Pierwsza część projektu poświęcona będzie badaniu automatyczności ostatnich niezerowych cyfr rozwinięć w bazach całkowitych wartości wielomianów i pewnych funkcji interesujących z arytmetycznego punktu widzenia. Przypomnijmy, że nieskończony ciąg nazywamy automatycznym jeśli istnieje skończony automat, który generuje ten ciąg. Pytanie dotyczące automatyczności ostatnich niezerowych cyfr rozwinięcia $n!$ w różnych bazach jest klasyczne i w dużej części zostało rozwiązane. Interesować nas będzie naturalne uogólnienie funkcji silni zadane poprzez iloczyn kolejnych wartości ustalonego wielomianu oraz inne funkcje zadane przez pewne współczynniki dwumianowe.

Druga część projektu dotyczyć będzie wielomianów partycji i kompozycji skojarzonych z ustalonym zbiorem A . Przypomnijmy, że A -partycją liczby naturalnej n nazywamy przedstawienie n jako sumy o elementach ze zbioru A . Partycje o elementach interesujących z arytmetycznego punktu widzenia są klasycznym obiektem badań w teorii liczb i matematyce dyskretnej. n -ty wielomian partycji definiowany jest jako jedyny wielomian n -tego stopnia, którego i -ty współczynnik jest liczbą A -partycji n o dokładnie i elementach. Badanie współczynników tych wielomianów przy ustalonej wartości i daje wgląd w strukturę ilościową A -partycji liczby. W szczególności interesować nas będą pytania dotyczące automatyczności (regularności), znikania w pierwiastkach z jednościami oraz inne własności arytmetyczne. Analogiczne badania zostaną przeprowadzone dla wielomianów związanych z kompozycjami (przez kompozycję rozumiemy przedstawienie liczby naturalnej jako sumy o elementach ze zbioru A , gdzie przedstawienie różniące się kolejnością składników uznajemy za różne).

Trzecia część projektu poświęcona będzie badaniu współczynników rozwinięcia Taylora formalnej potęgi funkcji generującej dla ciągu zliczającego A -partycje. Wartość rozważanego wielomianu na dodatniej liczbie całkowitej k ma naturalną interpretację kombinatoryczną, tj. daje liczbę k -kolorowych A -partycji. Będziemy zainteresowani znikaniem wartości wielomianów na pierwiastkach z jednościami oraz ujemnych liczbach całkowitych i innymi własnościami arytmetycznymi.

Ostatnia część projektu dotyczy problemów związanych z występowaniem ustalonych słów w rozwinięciach na ułamki łańcuchowe pierwiastków wyższych stopni z liczb pierwszych i innych funkcji, zarówno w kontekście klasycznych ułamków łańcuchowych, jak również ich wielowymiarowych odpowiedników. Badane będzie również uogólnienie algorytmu Gospersa z przypadku klasycznego (jednowymiarowego) na wielowymiarowy.

Wyniki uzyskane podczas trwania projektu będą publikowane w czasopiśmie o zasięgu międzynarodowym oraz przedstawiane na seminariach i konferencjach.