

Projekt POLS DynComP Streszczenie popularnonaukowe w języku polskim

Układy dynamiczne to modele wszelkiego rodzaju zjawisk ewoluujących w czasie. Ich analiza pomaga nam zrozumieć oraz przewidzieć przyszłość procesów opisanych za pomocą równań i funkcji. Najlepszą sytuacją, jaką możemy sobie wyobrazić badając układy dynamiczne, jest kompletna klasyfikacja wszystkich możliwych wyników symulacji takich procesów z dowolną dokładnością. W pewnym sensie klasyfikacja taka to ostateczny cel teorii układów dynamicznych, a dokładniej, tworząc tę teorię staramy się sklasyfikować wszystkie możliwe układy dynamiczne poprzez ich długoterminowe zachowanie.

Oczywiście w pełnej ogólności jest to syzyfowa praca, a w pewnych przypadkach konkretnego poziomu rozdzielczości naszej pożądanej klasyfikacji jest to nawet zadanie niemożliwe do wykonania. Wynika z tego, że aby kontynuować ten wysiłek badawczy, musimy ograniczyć się do bardziej konkretnej sytuacji, tj. musimy zawęzić uwagę do poszczególnych rodzin układów dynamicznych. Co więcej, musimy opracować wykonalne schematy i odpowiednio zdefiniować pojęcia, aby stworzyć sensowne i wykonalne (obliczalne) klasyfikacje.

Powszechnie stosowanym i skutecznym schematem uzyskiwania użytecznych metod klasyfikacji układów dynamicznych jest następująca procedura: po pierwsze, musimy określić, kiedy uznajemy dwa układy dynamiczne za takie same (w tym przypadku powiemy również, że te dwa układy są *izomorficzne*). Dwoma najważniejszymi rodzajami izomorfizmu są pojęcia *sprzężenia topologicznego* oraz *izomorfizmu teoriomiarowego*. Po drugie, musimy znaleźć pewne własności dynamiczne, które nie zmieniają się dla układów, które są izomorficzne. Takie własności nazywane są *dynamicznymi niezmiennikami* i zwykle odzwierciedlają różne rodzaje zachowania układu dynamicznego oraz jego złożoności. W najlepszym możliwym przypadku niezmienniki te można wyrazić jako pojedynczą liczbę przypisaną do danego układu. Zauważmy, że mając dynamiczny niezmiennik, którego wartość jest różna dla danych dwóch układów dynamicznych, to wówczas te dwa układy nie mogą być izomorficzne.

Jednym z najczęściej stosowanych niezmienników dynamicznych jest *entropia*. stanowi ona miarę nieporządku występującego w układzie dynamicznym poprzez ilościowe określenie wykładniczej stopy wzrostu liczby stanów początkowych, którą można rozdzielić w ramach określonej dokładności w miarę upływu czasu przy rosnącej rozdzielczości. Jak się okazuje, entropia jest szczególnie przydatna do klasyfikowania systemów, które wykazywały dużą złożoność (czasami nazywane systemami chaotycznymi). Jednak ten projekt poświęcony jest badaniu niezmienników dynamicznych dla systemów wykazujących jedynie zachowanie o niskiej złożoności (zerowej entropii). Dla tych układów potrzebujemy nowych niezmienników.

Klasa układów dynamicznych o niskiej złożoności jest bardzo bogata. Na przykład zawiera systemy ściśle powiązane z tzw. *kwazikryształami*. Pojęcia kwazikrystału w fizyce opisuje strukturę bez symetrii translacyjnych, ale z pewnym porządkiem dalekiego zasięgu co skutkuje (czystym) wzorem dyfrakcji punktowej (zjawiskiem, które jest w fizyce klasycznej występowało dla w strukturach okresowych, takimi jakimi są siatki kryształów). Co więcej, systemy podstawieniowe, tj. systemy zdefiniowane przez skończenie wiele lokalnych zasad (podobnych do słynnej Gry w życie Conwaya), wykazują zazwyczaj zachowanie o niskiej złożoności i odgrywają kluczową rolę w tym projekcie. Naszym celem w projekcie jest zrozumienie i sklasyfikowanie tego rodzaju systemów, co jest bardzo pożądanym zadaniem. Mamy nadzieję, że nasze badania przyczynią się do realizacji tego przedsięwzięcia.

Bardzo naturalne jest także pytanie, czy istnieją ogólne strategie znajdowania interesujących i użytecznych niezmienników dynamicznych. Jak się okazuje, jedną z owocnych strategii jest badanie odpowiednio zdefiniowanych *pseudometryk*. Zwykle te pseudometryki mierzą w uśrednionym sensie, jak podobne są różne początkowe stany układu dynamicznego i jak te podobne stany będą się zachowywać w przyszłości. Jednym z celów naszego projektu będzie wykazanie, że te dynamiczne niezmienniki generowane przez pseudometryki są odpowiednie do badania układów o niskiej złożoności oraz zrobienie kroku w kierunku pełnej klasyfikacji dla tych systemów.