

Streszczenie popularnonaukowe

Główne zadanie. Temat grantu znajduje się w obszarze teoretycznej informatyki i można go umieścić na skrzyżowaniu logiki matematycznej z praktycznymi dziedzinami, takimi jak reprezentacja wiedzy, teoria baz danych lub formalna weryfikacja oprogramowania. Naszym celem jest zbadanie *problemu spełnialności*, często zwanego *klasycznym problemem decyzyjnym*. Problem spełnialności jest parametryzowany przez język formalny (tzw. logikę) \mathcal{L} i pyta, czy dana formuła φ (napisana w składni \mathcal{L}) jest prawdą w jakiejś strukturze (ma model).

(Skończony) Problem spełnialności dla \mathcal{L}

Parameters: Logika \mathcal{L} .

Input: Formuła φ napisana w składni języka \mathcal{L} .

Question: Czy φ ma (skończony) model (tj. czy φ jest spełniona w pewnej (skończonej) strukturze)?

Rozważamy również problem *skończonej* spełnialności, gdzie docelowe modele są skończonej mocy. Gdy każda spełnialna formuła \mathcal{L} jest również skończenie spełnialna, to \mathcal{L} ma *własność modelu skończonego* (WMS).

Problem spełnialności znajduje wiele zastosowań. Po pierwsze, został on użyty jako miara „jakości logiki” w poszukiwaniu ważnych fragmentów logiki pierwszego rzędu. Było to centralnym przedsięwzięciem logiki matematycznej od czasu pojawienia się „Grundzüge der theoretischen Logik” Hilberta i Ackermanna prawie sto lat temu. Dla takich fragmentów (języków zapytań), problem spełnialności może być używany jako podstawowy algorytm do optymalizacji zapytań (np. problem, czy dwa zapytania są równoważne, redukuje się do spełnialności). Po drugie, w obszarze formalnej weryfikacji oprogramowania i systemów wbudowanych, problem spełnialności może być używany do sprawdzania obecności niepożądanych zachowań systemu, np. czy wchodzi on w niebezpieczną strefę lub czy system nie zawiera zakleszczeń. Wreszcie, problem spełnialności jest często stosowany w reprezentacji wiedzy opartej na logice. Tam aksjomatyzujemy i standaryzujemy wiedzę o domenie za pomocą formalnych ontologii, które są zbiorem formuł. Używamy tam tzw. logik opisowych — ważnej rodzinie formalizmów logicznych, które stanowią logiczną podstawę współczesnych standaryzowanych języków ontologii, w tym OWL 2 Web Ontology Language W3C. Problem spełnialności dla ontologii może być używany do automatycznej weryfikacji spójności zebranej wiedzy, a także do ekstrakcji wiedzy i zapytań.

Wybór języka \mathcal{L} . Wśród wielu operatorów oferowanych przez rozszerzenia podstawowej logiki opisowej \mathcal{ALC} (z rodziny logik omówionych powyżej), szczególnie użyteczną jest \cdot_{reg} , wspierana przez popularną rodzinę logik opisowych \mathcal{Z} . Dzięki \cdot_{reg} można określać regularne ograniczenia ścieżek za pomocą wyrażeń regularnych z testami, co pozwala użytkownikowi na nawigację po danych o strukturze grafowej. Operator \cdot_{reg} może być również postrzegany jako *łaba forma rekurencji*. W ostatnich latach zaproponowano wiele rozszerzeń $\mathcal{ALC}_{\text{reg}}$ (podstawowego fragmentu rodziny \mathcal{Z}) do inżynierii ontologii i formalnej weryfikacji, a także znane są praktyczne algorytmy wnioskowania w (rozszerzeniach) $\mathcal{ALC}_{\text{reg}}$. Logiki z rodziny \mathcal{Z} DLs należą do najbardziej zaawansowanych formalizmów reprezentacji wiedzy na granicy rozstrzygalności i kodują (odpowiednie fragmenty) języków ontologii internetowych opracowanych przez W3C. Co więcej, $\mathcal{ALC}_{\text{reg}}$ okazuje się być notacyjnym wariantem Logiki Dynamicznej Propozycji (PDL) — popularnego i dobrze zbadano języka specyfikacji programów. To sprawia, że rodzina logik opisowych \mathcal{Z} jest pożądanym obiektem badań.

Pytania badawcze. Planujemy zbadać problem spełnialności dla różnych rozszerzeń $\mathcal{ALC}_{\text{reg}}$, które wciąż pozostają otwarte. Takie problemy są zarówno praktycznie istotne (np. w obszarze formalnej weryfikacji lub reprezentacji wiedzy), jak i stanowią matematycznie wyzwanie. Naszym celem jest (i) uzyskanie coNP-zupełności (względem złożoności danych) dla problemu odpowiadania na pozytywne dwukierunkowych zapytania ścieżkowe nad ontologiami w okiełznanym \mathcal{ZOIQ} , (ii) znalezienie rozstrzygalnego rozszerzenia wyższej arności dla $\mathcal{ALC}_{\text{reg}}$ posiadającego własność skończonego modelu, oraz (iii) rozwiązanie długotrwałego otwartego problemu, czy skończona spełnialność dla $\mathcal{ALC}_{\text{reg}}$ z „mocnym predykatem pętli” jest rozstrzygalna.