

Jedną z idei zawsze obecnych w matematyce jest idea nieskończoności. Na każdym kroku napotyka się rzeczy, których jest nieskończenie wiele — zaczynając od liczb, zbiorów, funkcji i innych. Posiadanie nieskończonej ilości możliwych liczb niezbędnych do opisu problemów występujących w świecie jest sytuacją typową. Mówi się, że zmienna może przyjmować nieskończenie wiele wartości. To podejście jest wystarczające do opisu położenia cząstki na prostej albo płaskiego wahadła. Aby mieć więcej stopni swobody ruchu potrzeba więcej zmiennych tego typu. Pozwala to na przykład opisać ruch planet w Układzie Słonecznym (przy pomocy 6 zmiennych) albo bryły sztywnej (przy pomocy 12 zmiennych). Te problemy posiadają z reguły dodatkowe struktury, na przykład geometryczne lub różniczkowe, które są istotne w procesie znajdowania rozwiązań i opisywania ich zachowania. Typowym matematycznym pojęciem potrzebnym w takim podejściu jest gładka n -wymiarowa rozmaitość. Może być interpretowana jako uogólnienie pojęcia powierzchni w przestrzeni na dowolny wymiar. Dodatkowo używane jest także pojęcie grupy Liego do opisu symetrii zagadnienia.

Okazuje się, że to podejście jest niewystarczające, aby sformułować bardziej skomplikowane problemy obecne we współczesnej nauce. Na przykład problemy mechaniki kwantowej lub hydrodynamiki wymagają nieskończonej ilości zmiennych, co oznacza potrzebę wprowadzenia nowych struktur. Mówimy, że przestrzenie, w których te układy żyją, są nieskończenie wymiarowe. Zamiast geometrii z reguły używa się analizy funkcjonalnej, która jest działem matematyki opisującym takie przestrzenie. Idea, by rozważać nieskończenie wymiarową geometrię, nie jest nowa, ale w ostatnich latach pojawił się trend zwiększający zainteresowanie tym obszarem badań. Jeden z tematów badań jest związany z tak zwanymi strukturami Poissona na nieskończenie wymiarowych rozmaitościach, które są narzędziem umożliwiającym elegancką konstrukcję równań i całek ruchu systemu. Jednakże próba wykorzystania narzędzia ze świata skończone wymiarowej geometrii w świecie nieskończenie wymiarowej geometrii jest często bardzo ryzykowna. Bezpośrednie podejście z reguły nie działa i pojawiają się niespodziewane problemy. Często nie jest łatwo nawet znaleźć nietrywialne przykłady i kontrprzykłady.

Nie ma zbyt wielu układów całkowalnych (to znaczy takich, dla których umiemy znaleźć rozwiązania) zadanych w matematycznie ścisły sposób. Większość układów całkowalnych jest opisana w sposób formalny i nie posiada precyzyjnego geometrycznego obrazu. Jednym z pierwszych układów, które w ten sposób zostały przedstawione, było równanie Kortewega–de Vriesa opisujące samotne fale poruszające się bez zniekształceń w płytkiej wodzie (tak zwane solitony). Geometrycznym obiektem, użytym przez Segalę i Wilsona w 1985 roku do opisu tego systemu był grassmannian Sato.

Celem tego projektu jest analiza struktur Poissona i nowych układów całkowalnych związanych z grassmannianem Sato przy użyciu nowoczesnych geometrycznych narzędzi. Poprzednie rezultaty w tym obszarze badań odkryły pewne interesujące struktury i hierarchię całkowalnych równań. Mamy nadzieję, że dalsze badania pozwolą na lepsze zrozumienie geometrii i odkrycie nowych powiązań z innymi znanymi problemami.