

Hipoteza Onsagera dla ogólnych praw zachowania

Badania dotyczące zachowania energii dla nieściśliwego systemu Eulera są częścią całego programu, który został zapoczątkowany w latach dziewięćdziesiątych, a pierwsze dwie dekady bieżącego stulecia są prawdziwą eksplozją wyników, które stanowią przełom w teorii. Program ten koncentrował się wokół hipotezy Onsagera i jej obydwu kierunków - zachowania energii i istnienia rozwiązań, które rozpraszałyby energię w pewien anormalny sposób i szukały bliskiej relacji tej teorii z turbulencją, która zawsze była wyzwaniem zarówno dla fizyków, jak i matematyków. Te odkrycia od jakiegoś czasu wydawały się związane tylko z bardzo szczególnym systemem - nieściśliwym systemem Eulera, mającym tylko nieliniową dwuliniowość. Było to powszechne odczucie wielu ekspertów.

Nasze najnowsze odkrycia dotyczące ogólnych układów hiperbolicznych dały nowe światło dla całej historii. Wygląda na to, że stwierdzenie podobne do hipotezy Onsagera w jej pozytywnym kierunku stało się nie tylko dla układów podobnych do nieściśliwego Eulera z nieliniowością typu dwuliniowego, np. nieściśliwej magnetohydrodynamiki, ale także dla modeli ściśliwych, a co najważniejsze dla ogólnych układów hiperbolicznych. Powstało pytanie, czy ten cały program, który miał działać w przypadku nieściśliwego Eulera, rozciąga się w rzeczywistości na bardziej ogólne równania - na hiperboliczne (lub nawet niekoniecznie hiperboliczne) prawa zachowania? Kwestia wymaganej regularności słabych rozwiązań w celu spełnienia równości entropijnej, lub innymi słowy dodatkowego prawa towarzyszącego jest tylko jednym z elementów. Nadal jednak czekamy na odpowiedź na pytania o ciągłość rozwiązań, które nie spełnią warunków towarzyszących prawu zachowania i zrozumienia, jak to wszystko jest związane z turbulencją. Celem tego projektu jest wniesienie znaczącego wkładu w odpowiedzi na pojawiające się nowe pytania.

Jak wskazuje negatywny kierunek hipotezy Onsagera, niezachowanie energii w przepływie turbulentnym może wystąpić nie tylko w związku z lepkością, ale także z powodu braku regularności prędkości. Kwestia istnienia przepływów Hölderowsko regularnych doprowadziła do rozwoju metody wypukłego całkowania w mechanice płynów - De Lellis i Székelyhidi skonstruowali dane początkowe prowadzące do rozwiązań niezachowujących energii. Wyniki te wykorzystywały całkowicie odmienne podejście w stosunku do standardowych metod stosowanych w równaniach różniczkowych cząstkowych, a mianowicie metodę wypukłego całkowania. Ta konstrukcja sięgnęła do metod geometrii różniczkowej, a w szczególności do słynnego twierdzenia Nasha-Kuipera.

Ze względu na dobrze rozpoznaną dominującą rolę brzegu obszaru w generowaniu turbulencji wydaje się bardzo rozsądne, aby zbadać analogię hipotezy Onsagera w ograniczonym obszarze, co jest jednym z celów projektu. Ostatecznie, konieczność lokalizacji w celu radzenia sobie z efektem granicy stymuluje budowę bezpośredniego dowodu, który może mieć dalsze szerokie zastosowania.