

Kwantowa geometryczna teoria reprezentacji i rozwłóknienia nieprzemienne

Niniejszy projekt mieści się w tej części matematyki teoretycznej, której przedmiotem jest próba zrozumienia natury przestrzeni, czasu i ruchu ciał materialnych. Jednym z podstawowych narzędzi umożliwiających to rozumienie jest doświadczanie symetrii. W języku matematycznym, symetrie opisywane są przez grupy. Opis abstrakcyjnych grup jest niezwykle trudny, przeto odwoływać się musimy do sposobów w jakie grupy oddziałują na przestrzeń. W ten sposób ocieramy się o teorię reprezentacji. Ruch obiektu fizycznego najczęściej opisujemy podając jego położenie i prędkość w danym momencie czasu. Aby opisać ruch wszystkich możliwych punktów materialnych w danej przestrzeni lub na powierzchni (takiej jak powierzchnia kuli, która w przybliżeniu oddaje kształt powierzchni Ziemi) musimy rozważać wszystkie prędkości, jakie punkt może osiągnąć. To prowadzi do pojęcia wiązki włóknistej lub prościej: rozwłóknienia (można wyobrazić sobie, że z danego punktu przestrzeni wyrasta włókno utworzone ze wszystkich możliwych w tym punkcie prędkości). Symetrie czyli grupy „sklejają” włókna w całość, co pozwala opisać ruch w spójny i przystępny sposób oraz prowadzi do sprawdzalnych przewidywań.

Od początku XXw. wiadomo, że nie da się opisać ruchu ciał mikroskopowych (na przykład cząsteczek takich jak elektrony czy atomy) używając mechaniki klasycznej. Niezbędna jest mechanika kwantowa, której jedną z kluczowych zasad jest zasada nieoznaczoności Heisenberga, nie pozwalająca na jednoczesny pomiar par niektórych wielkości fizycznych (na przykład położenia i prędkości czy – ściślej – pędu). Matematycznie zasada nieoznaczoności ma swoje odbicie w nieprzemienności. Symetrie pojawiające się w mechanice kwantowej same wymagają kwantyzacji. W ten sposób docieramy do grup kwantowych działających na kwantowe przestrzenie i razem z nimi tworzących nieprzemienne rozwłóknienia. Celem projektu jest badanie własności szczególnej klasy rozwłóknień, włókna których mają bogatą symetrię i w ten sposób podjęcie próby rozwiązania istotnych problemów w teorii reprezentacji, topologii i geometrii grup kwantowych.