

## Teoria Morse'a w analizie, układach dynamicznych i geometrii.

Od czasu prac Morse'a nad geodezyjnymi, metody teorii Morse'a stały się potężnym narzędziem w badaniu równań różniczkowych dopuszczających sformułowanie wariacyjne. W swoim klasycznym sformułowaniu teorii Morse'a nie można stosować do badania silnie nieokreślonych funkcjonałów, a mianowicie funkcjonałów, których punkty krytyczne mają nieskończony indeks i koindeks Morse'a. Nowocześniejsze podejście, które pozwala zająć się przypadkiem silnie nieokreślonych funkcjonałów, zostało wprowadzone począwszy od pionierskich prac Smale'a w latach sześćdziesiątych XX wieku, a później Floera w latach osiemdziesiątych XX wieku. Doprowadziło to do rozwoju homologii Morse'a i Floera. Homologie Floera są od czasu ich opracowania jednym z najpotężniejszych narzędzi w geometrii symplektycznej i kontaktowej. Jednakże w przypadku homologii Floera uzyskanie konstrukcji homotopijnych jest zwykle bardzo trudne - między innymi ze względu na problemy z transwersalnością.

W odróżnieniu od homologii Floera, homologie Morse'a mają bardziej geometryczny charakter, ich konstrukcja opiera się na badaniu przecięć prawdziwych obiektów geometrycznych (stabilnych i niestabilnych rozmaitości par punktów krytycznych). Teoria homologii Morse'a stwarza też mniej problemów z transwersalnością, gdyż klasa dopuszczalnych zaburzeń jest zdecydowanie większa. Brak problemów z transwersalnością sugeruje, że w przypadku teorii Morse'a będzie możliwe uzyskanie wyżej wspomnianych konstrukcji homotopijnych. Nie zostało to jednak jeszcze zbadane.

Z drugiej strony konstrukcja homologii Morse'a wymaga odpowiedniego podejścia analitycznego. Jak dotąd homologię Morse'a dla silnie nieokreślonych funkcjonałów konstruowano tylko na rozmaitości Hilberta, jednak w wielu zastosowaniach naturalną dziedziną funkcjonału jest rozmaitość Banacha. Cel niniejszego projektu można podsumować w dwóch następujących punktach:

- i) opracowanie teorii homologii Morse'a dla abstrakcyjnej klasy (możliwie silnie nieokreślonych) funkcjonałów na rozmaitościach Banacha, a także dla konkretnych klas funkcjonałów, na przykład klasy funkcjonałów pochodzących z badania (zaburzonych) odwzorowań Dirac-harmonicznych oraz
- ii) kontynuowanie badań rozpoczętych w ramach finansowanego wcześniej projektu NCN/DFG „Teoria Morse'a w układach hamiltonowskich”, udoskonalając w ten sposób metody wariacyjne alternatywne do homologii Floera dla hamiltonowskiego funkcjonału działania na wiązkach kostycznych i rozmaitościach torycznych.